И. А. Байгушева (Астрахань)

РАЗЛОЖЕНИЯ В РЯД РЕШЕНИЙ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается система дифференциально-разностных уравнений запаздывающего типа с постоянными коэффициентами

$$\mathrm{A}_0 y'(t)+\sum_{i=0}^{1}\mathrm{B}_i y(t-\omega_i)=\bar{0}, \qquad 0=\omega_0<\omega_1, \tag{1}$$

$$\mathrm{A}_0=\begin{pmatrix} a_{01} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{02} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{0n} \end{pmatrix},\ \mathrm{B}_i=\begin{pmatrix} b_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_{i2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_{in} \end{pmatrix},\ y(t)=\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{pmatrix},\ 0=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\det \mathrm{A}_0 \neq 0$ с начальным условием

$$y(t)=g(t),\ 0\le t\le \omega_1. \tag{2}$$

Характеристическая (матричная) функция системы (1) имеет вид

$$\mathrm{H}(s)=\mathrm{A}_0 s+\sum_{i=0}^{1}\mathrm{B}_i e^{-\omega_i s}. \tag{3}$$

Свойства корней характеристического уравнения det H (s) =0 хорошо изучены (см. [1]). Ранее (см. [2]) было доказано существование решения системы (1), получена его формула и изучены свойства. Основным результатом настоящего доклада является следующая

Теорема. *Пусть $g(t) \in L_1(0;\omega_1)$ (т.е. каждая функция вектор-столбца $g_i(t)\in L_1(0;\omega_1)$), $y(t)$ – решение системы* (1), *удовлетворяющее* (2). *Тогда при $t>\omega_1$*

$$y(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\operatorname*{Res}_{s=\lambda_n}\ e^{st}\mathrm{H}^{-1}(s)\left(\mathrm{A}_0 g(\omega_1)e^{-\omega_1 s}-\mathrm{B}_1 e^{-\omega_1 s}\int_0^{\omega_1} g(t_1)e^{-st_1}\,dt_1\right),$$

где *1) $H(s)$ определена формулой* (3);

2) $H(s)\cdot H^{-1}(s)=I$;

3) (λ_n) — последовательность корней характеристического уравнения.

Сходимость ряда равномерна по t на любом конечном отрезке, лежащем в области сходимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беллман Р., Кук К. *Дифференциально-разностные уравнения.* — М.: Мир. — 1967.

2. Байгушева И.А. *О решении системы дифференциально-разностных уравнений запаздывающего типа с постоянными коэффициентами*// Тез. Докл. итоговой науч. Конф. АГПУ. — Астрахань: Изд-во АГПУ. — 2000.

Н. А. Батнидзе, Э. С. Сибгатуллин (Набережны Челны)

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В МЕХАНИКЕ ТРЕЩИН

Рассматривается квазихрупкое разрушение изотропных и анизотропных (композитных) тел, имеющих макротрещину. Учитываются только сингулярные составляющие напряжений. Композитное тело рассматривается как квазиоднородное анизотропное тело с усредненными механическими характеристиками. Принято, что эти характеристики не зависят от координаты z (ось z ортогональна, в частности, плоскости пластины со сквозной макротрещиной). Предполагается, что на линии процесса разрушения, являющейся границей зоны процесса разрушения в окрестности вершины трещины с окружающей эту зону упругой областью тела, компоненты напряжений неразрывны, что позволяет использовать известные формулы для определения сингулярных составляющих напряжений, полученных в результате решения задачи математической теории упругости. Определенные таким образом напряжения подставляются в условие предельного состояния для сплошного тела. Для определения предельного состояния тела с макротрещиной важным является информация о расстоянии $r_c(\theta)$ от вершины трещины до линии процесса разрушения в критическом состоянии трещины, когда она получает возможность роста. Здесь θ – произвольный угол, отчитываемый от первоначального направления трещины. Существует концепция, согласно которой $r_c(\theta) = r_* =$ const для материала (независимо от вида напряженного состояния в окрестности вершины трещины). В отличие от этого, в предлагаемом сообщении принято допущение, что $r_c(\theta_*) = r_*=$const для материала, где угол θ_* определяет направление развития трещины. При допущении равенства $r_* =$const важным становится информация об угле θ_*. В настоящее время для изотропных тел задача определения θ_* решена с удовлетворительной для инженерной практики точностью. Отметим, что существующие критерии для определения θ_* для изотропных тел не выведены из фундаментальных положений механики, а следуют из гипотез, основанных на экспериментальных наблюдениях. Поэтому